

第二十三届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第1试试题

一、选择题(每小题4分,共40分.)

1. 如果 $0 < m < 1$, 那么 m 一定小于它的()
(A) 相反数. (B) 倒数. (C) 绝对值. (D) 平方.

2. 在 $2^{77}, 3^{55}, 5^{44}, 6^{33}$ 这四个数中, 最大的数是()
(A) 2^{77} . (B) 3^{55} . (C) 5^{44} . (D) 6^{33} .

3. 若 $a + b = 2012, b \neq a + 1$, 则 $\frac{a^2 - b^2 + 2b - 1}{a^2 - b^2 + a + b}$ 的值等于()
(A) 2012. (B) 2011. (C) $\frac{2012}{2011}$. (D) $\frac{2011}{2012}$.

4. 方程 $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} = \frac{1}{3}$ ()
(A) 只有一个根 $x=1$. (B) 只有一个根 $x=2$.
(C) 有两个根 $x_1=1, x_2=2$. (D) 无解.

5. 方程组 $\begin{cases} x + y + z = 10, \\ 3x + y - z = 50, \\ 2x + y = 40 \end{cases}$ ()
(A) 无解. (B) 有1组解. (C) 有2组解. (D) 有无穷多组解.

6. As in the figure 1, there are four circles with radius of 2. The four circles are apart from each other. Link their centers to form a quadrilateral, then the total area of the shaded parts in the figure is()

(A) 2π . (B) 4π .
(C) 6π . (D) 8π .

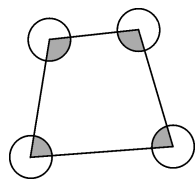


Fig. 1

7. 在平面直角坐标系中, 先将直线 $y = 3x - 2$ 关于 x 轴作轴对称变换, 再将所得直线关于 y 轴作轴对称变换, 则经两次变换后所得直线的表达式是()

(A) $y = 2x - 3$. (B) $y = 3x - 2$. (C) $y = 2x + 3$. (D) $y = 3x + 2$.

8. 一次函数 $y = (m^2 - 4)x + (1 - m)$ 和 $y = (m + 2)x + (m^2 - 3)$ 的图象分别与 y 轴交于点 P 和 Q , 这两点关于 x 轴对称, 则 m 的值是()

(A) 2. (B) 2 或 -1. (C) 1 或 -1. (D) -1.

9. 如图2, 在周长是10cm的 $\square ABCD$ 中, $AB \neq AD$, AC, BD 相交于点 O , 点 E 在 AD 边上, 且 $OE \perp BD$, 则 $\triangle ABE$ 的周长是()

(A) 2cm. (B) 3cm.
(C) 4cm. (D) 5cm.

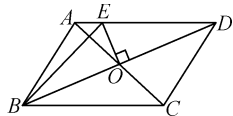


图2

10. x_1, x_2, \dots, x_{100} 是自然数, 且 $x_1 < x_2 < \dots < x_{100}$, 若 $x_1 + x_2 + \dots + x_{100} = 7001$, 那么, $x_1 + x_2 + \dots + x_{50}$ 的最大值是()

(A) 2225. (B) 2226. (C) 2227. (D) 2228.

二、A 组填空题(每小题 4 分,共 40 分.)

11. 有下列命题:

- ① 矩形既是中心对称图形,又是轴对称图形;
- ② 平行四边形是中心对称图形,不是轴对称图形;
- ③ 等腰梯形是轴对称图形,不是中心对称图形;
- ④ 有一个锐角是 30° 的直角三角形不是中心对称图形,也不是轴对称图形.

其中正确命题的序号是_____。(把所有正确的命题的序号都填上)

12. 若 n 是正整数,且 $x^{2n} = 5$,则 $(2x^{3n})^2 \div (4x^{2n}) =$ _____.

13. 已知整数 a, b 满足 $6ab = 9a - 10b + 16$,则 $a + b$ 的值是_____.

14. The original railway from A to B is 310 km, and now a 280 km long high-speed railway is built. The train speed on the high-speed railway is twice the original speed, so the traveling time from A to B is 2 hours shorter. Then the original train speed on the original railway is _____ km/hour.

15. 如图 3,已知 $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, $\angle C = 20^\circ$, $AB + BD = AC$,则 $\angle B$ 的度数是_____.

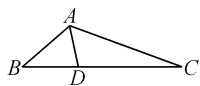


图 3

16. 若 $\triangle ABC$ 的三个内角满足 $3\angle A > 5\angle B$, $3\angle C < 2\angle B$,则 $\triangle ABC$ 必是_____三角形。(填“锐角”、“直角”或“钝角”)

17. 若关于 x 的分式方程 $\frac{mx-1}{x-2} + \frac{1}{2-x} = 2$ 有整数解,整数 m 的值是_____.

18. 已知 $a + x^2 = 2011$, $b + x^2 = 2012$, $c + x^2 = 2013$,且 $abc = 24$,则

$$\frac{a}{bc} + \frac{c}{ab} + \frac{b}{ac} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

19. 若 x 是自然数, $x + 13$ 和 $x - 76$ 都是完全平方数,那么 $x =$ _____.

20. 如图 4,在 $\square ABCD$ 中,点 E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 的中点,点 P 在线段 GF 上,则 $\triangle PHE$ 与 $\square ABCD$ 的面积比值是_____.

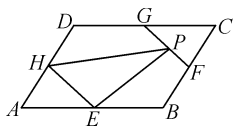


图 4

三、B 组填空题(每小题 8 分,共 40 分.)

21. 直线 $y = 3x + k + 2$ 与直线 $y = -x + 2k$ 的交点在第二象限,且 k 是正整数,则 k 的值是_____;交点的坐标是_____.

22. 一个三角形的三条边的长分别是 5, 7, 10, 另一个三角形的三条边的长分别是 5, $3x - 2$, $2y + 1$,若这两个三角形全等,则 $x + y$ 的值是_____或_____.

23. 点 A 和 B 在直线 $y = -\frac{3}{4}x + 6$ 上,点 A 的横坐标是 2,且 $AB = 5$. 当线段 AB 绕点 A 顺时针旋转 90° 后,点 B 的坐标是_____或_____.

24. 等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$,点 D 和 E 在 AB 边上, $AD = 3$, $BE = 4$, $\angle DCE = 45^\circ$,则 $DE =$ _____或_____.

25. 袋中有红、黄、黑三种颜色的球各若干个,黄色球上标有数字 5,黑色球上标有数字 6,红色球上标的数字看不清. 现从袋中拿出 8 个球,其中黄色球和黑色球的个数分别少于红色球的个数. 已知 8 个球上的数字和是 39,那么红色球上标的数字是_____;拿出黑色球的个数是_____.

