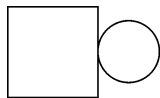
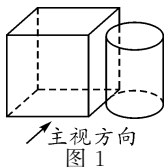


第二十三届“希望杯”全国数学邀请赛

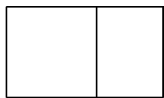
初三 第 1 试试题

一、选择题(每小题 4 分,共 40 分.)

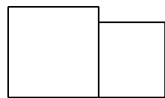
1. 如图 1 所示,一个正方体和一个圆柱体紧靠在一起,则它们的主视图是()



(A)



(B)



(C)



(D)

2. 完成一项工作,甲单做需 a 天,乙单做需 b 天,甲、乙、丙合作需 c 天,则丙单做全部工作所需的天数是()

(A) $\frac{abc}{ab-ac-bc}$. (B) $\frac{abc}{ab+ac-bc}$. (C) $\frac{ab+ac+bc}{abc}$. (D) $\frac{ab(c-a-b)}{c}$.

3. 已知 $x \neq -1, 0, 1$, 则 $\frac{x-1}{|x-1|} + \frac{|x|}{x} + \frac{x+1}{|x+1|}$ 的值可能是()

- (A) 比 3 大的数. (B) 比 -3 小的数.
(C) $\pm 1, \pm 3$. (D) 比 -3 大, 并且比 3 小的数.

4. 如图 2, 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 两条对角线交于点 E . 已知 $\triangle ABE$ 的面积是 a , $\triangle CDE$ 的面积是 b , 则梯形 $ABCD$ 的面积是()

(A) $a^2 + b^2$. (B) $\sqrt{2}(a+b)$. (C) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$. (D) $(a+b)^2$.

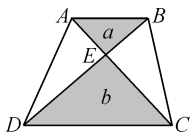


图 2

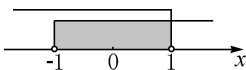


图 3

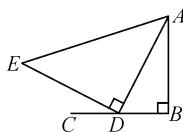


图 4

5. 已知 a, b 是实数, 关于 x 的不等式组的解集表示在数轴上如图 3 所示, 则这个不等式组是()

(A) $\begin{cases} ax > 1, \\ bx > 1. \end{cases}$ (B) $\begin{cases} ax > 1, \\ bx < 1. \end{cases}$ (C) $\begin{cases} ax < 1, \\ bx > 1. \end{cases}$ (D) $\begin{cases} ax < 1, \\ bx < 1. \end{cases}$

6. 如图 4, $AB \perp BC$, $AB = BC$, 点 D 在 BC 上. 以 D 为直角顶点作等腰直角 $\triangle ADE$, 则当 D 从 B 运动到 C 的过程中, 点 E 的运动轨迹是()

- (A) 圆弧. (B) 抛物线. (C) 线段. (D) 双曲线.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = a_1, \\ x_2 + x_3 + x_4 = a_2, \\ x_3 + x_4 + x_1 = a_3, \\ x_4 + x_1 + x_2 = a_4, \end{cases}$$

7. 已知实数 x_1, x_2, x_3, x_4 满足条件 $\begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 = a_2, \\ x_3 + x_4 + x_1 = a_3, \\ x_4 + x_1 + x_2 = a_4, \end{cases}$ 其中 $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$, 则 x_1, x_2, x_3, x_4 的大小关系是()

- (A) $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$. (B) $x_2 < x_3 < x_4 < x_1$.
(C) $x_3 < x_2 < x_1 < x_4$. (D) $x_4 < x_3 < x_2 < x_1$.

8. 已知 $2 \leq |x| \leq 3$, 则函数 $y = (x-1)^2$ 的取值范围是()

- (A) $1 \leq y \leq 4$ 和 $9 \leq y \leq 16$. (B) $1 \leq y \leq 16$.
(C) $4 \leq y \leq 9$. (D) $1 \leq y \leq 9$.

9. 如图 5, 已知梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $\angle A = \alpha$, $\angle C = \beta$, 则 $AD : BC$ 等于()

- (A) $\sin \alpha : \cos \beta$. (B) $\sin \alpha : \sin \beta$. (C) $\sin \beta : \sin \alpha$. (D) $\cos \alpha : \sin \beta$.

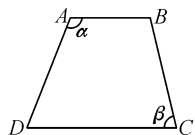


图 5

10. 若关于 x 的二次函数 $y = x^2 - 2mx + 1$ 的图象与端点在 $(-1, 1)$ 和 $(3, 4)$ 的线段只有一个交点, 则 m 的值可能是()

- (A) $\frac{5}{2}$. (B) $-\frac{1}{3}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{3}$.

二、A 组填空题(每小题 4 分, 共 40 分.)

11. 若两位数除以它的数字和等于 7, 则这样的两位数有 _____ 个.

12. 已知 $x - 2y = 1$, 则 $x^2 - 4y^2 - x - 2y + 5 =$ _____.

13. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图 6 所示. 已知 $OB = 2OA$, $OA < OC$, 则 a, b, c 满足的关系式是 _____.

14. 如图 7, 已知 A, B, C 三点在同一个圆上, 并且 AB 是圆 O 的直径, 若点 C 到 AB 的距离 $CD = 5$, 则圆 O 的面积最小是 _____.

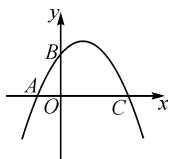


图 6

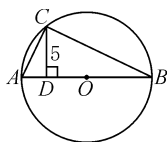


图 7

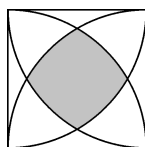


图 8

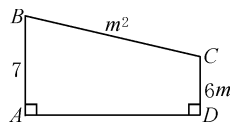


图 9

15. 如图 8, 在边长为 1 的正方形中, 分别以四个顶点为圆心, 作半径为 1 的圆弧, 则图中阴影部分的面积是 _____.

16. 如图 9, 在梯形 $ABCD$ 中, $BA \parallel CD$, $AD \perp AB$, $AB = 7$, $CD = 6m$, $BC = m^2$, 若以 BC 为直径的圆与 AD 没有公共点, 则 m 的取值范围是 _____.

17. 设 $f(x)$ 是关于 x 的多项式, $f(x)$ 除以 $2(x + 1)$, 余式是 3; $2f(x)$ 除以 $3(x - 2)$, 余式是 -4 . 那么, $3f(x)$ 除以 $4(x^2 - x - 2)$, 余式是 _____.

18. 已知实数 a, b 满足 $a + ab + b = 3$, 若 $m = a - ab + b$, 则 m 的取值范围是 _____.

19. Tom's computer has password, which contains only numbers from 0 to 9. If the probability to guess the right password only one time is less than $\frac{1}{2012}$, then at least the password has _____ digits.

20. Suppose point $A(-1, m)$ is on the graph of the function $y = -\frac{2}{x}$. B, C, D , respectively, are point A 's symmetric points of x -axis, origin, y -axis. Then the area of the quadrilateral $ABCD$ is _____.

三、B 组填空题(每小题 8 分, 共 40 分.)

21. 反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 和一次函数 $y = k_2x + b$ 的图象交于点 $M(3, -\frac{2}{3})$ 和点 $N(-1, 2)$. 则 $k_1 =$ _____, $k_2 =$ _____, 一次函数的图象交 x 轴于点 _____.

22. 已知 a, b 是实数, 且 $a^2 - 2a + \sqrt{b - 3} + 1 = 0$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

23. 已知 a, b 是有理数, $x = \sqrt{5} + 1$ 是方程 $x^3 - ax + b = 0$ 的一个解, 则 a 的值是 _____, b 的值是 _____.

24. 如图 10, 已知 $\triangle ABC$ 中, $CD \perp AB$ 于点 D , $BD = 2AD$, $CD = 6$, $\cos \angle ACD = \frac{8}{9}$, BE 是 AC 边上的高, 则 $AD =$ _____, $BE =$ _____.

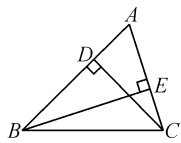


图 10

25. 已知点 A, B, P 是 $\odot O$ 上不同的三点, $\angle APB = \alpha$, 点 M 是 $\odot O$ 上的动点, 且使 $\triangle ABM$ 为等腰三角形. 若 $\alpha = 45^\circ$, 则所有符合条件的点 M 有 _____ 个; 若满足题意的点 M 有 2 个, 则 $\alpha =$ _____.

