

# 第二十四届“希望杯”全国数学邀请赛

## 初一 第2试试题

一、选择题(每小题4分,共40分.)

1. 2011年我国国内生产总值达47.3万亿元,将这个数据用科学记数法表示是( )

(A)  $4.73 \times 10^{10}$  元. (B)  $4.73 \times 10^{11}$  元. (C)  $4.73 \times 10^{12}$  元. (D)  $4.73 \times 10^{13}$  元.

2. 某天,黑河凌晨的温度比上午9点的温度低 $12^{\circ}\text{C}$ ,中午12点的温度比凌晨的温度高 $20^{\circ}\text{C}$ ,晚上9点的温度比中午12点的温度低 $19^{\circ}\text{C}$ ,若当天上午9点的温度记为 $a^{\circ}\text{C}$ ,则当天晚上9点的温度应记为( )

(A)  $(a - 32)^{\circ}\text{C}$ . (B)  $(a - 11)^{\circ}\text{C}$ . (C)  $(32 - a)^{\circ}\text{C}$ . (D)  $(11 - a)^{\circ}\text{C}$ .

3. 若 $(y^2 - 1)x^2 + (y + 1)x + 9 = 0$ 是关于 $x$ 的一元一次方程,则代数式 $(4x + y)(2x - y) + y$ 的值是( )

(A) 54. (B) 56. (C) 169. (D) 171.

4. 已知 $a$ 是整数,则下列代数式中,值不可能是整数的为( )

(A)  $\frac{2a - 1}{9}$ . (B)  $\frac{3a - 2}{2}$ . (C)  $\frac{a^2 - 6a - 10}{6}$ . (D)  $\frac{a^2 - 2}{3}$ .

5. 如图1,取一张长方形的纸片 $ABCD$ ( $AB = 9, AD = 5$ );向右上翻折 $AD$ ,使 $D$ 恰好落在 $AB$ 边上的 $D'$ 处,压平后折痕交 $CD$ 于点 $E$ ,再将 $BCED'$ 沿 $D'E$ 向左翻折压平后得 $B'C'ED'$ , $B'C'$ 交 $AE$ 于点 $F$ ,则此时形成的四边形 $B'FED'$ 的面积是( )

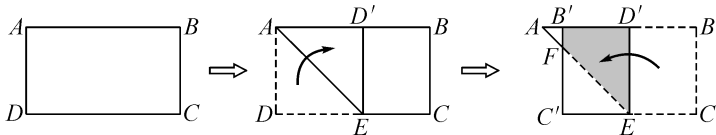


图1

(A) 20. (B) 16. (C) 12. (D) 8.

6.  $\triangle ABC$ 的内角分别为 $\angle A, \angle B, \angle C$ ,若 $\angle 1 = \angle A + \angle B, \angle 2 = \angle B + \angle C, \angle 3 = \angle A + \angle C$ ,则 $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ 中( )

(A) 至少有一个锐角. (B) 三个都是钝角. (C) 至少有两个钝角. (D) 可以有两个直角.

7. 方程 $|x + 1| + |2x - 1| = 1$ 的整数解的个数为( )

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

8. If  $\langle a \rangle$  represents the largest prime number not more than  $a$ , then the value of the expression  $\langle \langle \langle 8 \rangle \times \langle 3 \rangle \times \langle 4 \rangle \rangle \rangle \times \langle 4 \rangle \times \langle 12 \rangle$  is( )

(A) 1353. (B) 2013. (C) 2079. (D) 4608.

(英汉词典:largest 最大的;not more than 不超过;prime number 质数;expression 表达式)

9. 公交车上显示线路号码的每个数字都是由七个同样的液晶条组成.若某线路号码是两位数,并且是两个质数之积.但由于液晶条坏了一个,不能发光,显示成“51”路(如图2),则符合要求的质数中最小的一个是( )



图2

(A) 3. (B) 5. (C) 7. (D) 11.

10. 如图3,边长分别为8cm和6cm的两个正方形 $ABCD$ 与 $BEGF$ 并排放在一起.连接 $EG$ 并延长交 $AC$ 于 $K$ .则 $\triangle AKE$ 的面积是( )

(A)  $48\text{cm}^2$ . (B)  $49\text{cm}^2$ . (C)  $50\text{cm}^2$ . (D)  $51\text{cm}^2$ .

## 二、填空题(每小题4分,共40分.)

11. 若  $a$  表示  $x$  与  $y$  的和平方的平方,  $b$  表示  $x$  与  $y$  的平方和, 则当  $a = 49, b = 25$  时,  $xy =$  \_\_\_\_\_.

12. 如图4, 长方形  $ABCD$  的长  $DC = 8$ , 宽  $AD = 5$ ,  $E$  是  $AB$  的中点, 点  $F$  在  $BC$  上, 已知  $\triangle DEF$  的面积为 16, 则点  $D$  到直线  $EF$  的距离为 \_\_\_\_\_.

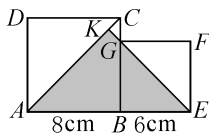


图3

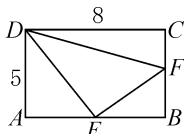


图4

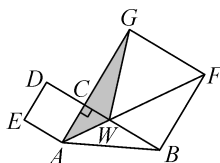


图5

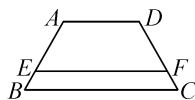


图6

13. 若  $a, b, c$  都是质数, 其中  $a$  最小, 且  $a + b + c = 44, ab + 3 = c$ , 则  $ab + c =$  \_\_\_\_\_.

14. If  $a + 3 = b - 9 = c + 6$ , then the value of  $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$  is \_\_\_\_\_.

15. 奇奇开车从北京去少林寺旅游, 在高速公路和非高速公路上的行驶速度分别是 120 千米/时, 60 千米/时. 若奇奇驶完全程用了 6 小时, 其中在高速公路上行驶的路程是在非高速公路上行驶的路程的 6 倍, 则全程长 \_\_\_\_\_ 千米.

16. 如图5, 在直角  $\triangle ABC$  的两直角边  $AC, CB$  上分别作正方形  $ACDE$  和  $CBFG$ .  $AF$  交  $BC$  于  $W$ , 连接  $GW$ . 若  $AC = 14, BC = 28$ , 则  $S_{\triangle AGW} =$  \_\_\_\_\_.

17. 用 2, 0, 1, 3 组成一个自然数, 且每个数字至少用一次, 其中可被 225 整除的最小的数是 \_\_\_\_\_.

18. 如图6, 梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC, BA = AD = DC, BC = 2AD$ , 若平行于底边的一条直线  $EF$  把梯形分成周长相等的两部分, 则  $\frac{AE}{EF} =$  \_\_\_\_\_.

19. 已知  $abc \neq 0$ , 若  $m = \frac{2a}{|a|} \cdot \frac{3b}{|b|} \cdot \frac{4c}{|c|}$ , 则  $m^2 + 2m + 1 =$  \_\_\_\_\_.

20. 在图7(1)中, 对任意相邻的上下或左右两格中的数字同时加1或减2, 这算作一次操作. 经过若干次操作后, 图7(1)能变为图7(2). 则图7(2)中  $A$  格内的数是 \_\_\_\_\_.

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

(1)

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | A | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

(2)

图7

## 三、解答题

每题都要写出推算过程.

21. (本题满分10分)

两个同样的圆柱形水池  $A$  和  $B$ , 深度都是 1.2 米. 1号抽水机 18 分钟可将  $A$  池注满, 2号抽水机 24 分钟可将  $A$  池的满池水注入  $B$

池. 现在, 若  $A$  池中储有  $\frac{1}{6}$  池水,  $B$  池没有水, 同时打开 1号, 2号抽水机, 当  $A$  池水深 0.6 米时, 同时关闭两个抽水机, 求此时  $B$  池的水深.

22. (本题满分15分)

如图8,  $E, F$  分别是平行四边形  $ABCD$  的边  $AB, BC$  的中点,  $DE$  与  $AF$  交于点  $P$ , 点  $Q$  在线段  $DE$  上, 且  $AQ \parallel PC$ . 求梯形  $APCQ$  的面积与平行四边形  $ABCD$  的面积之比.

23. (本题满分15分)

如图9, 边长为 1 的等边三角形  $ABC$  从图示的位置开始在数轴上顺时针无滑动地向右滚动. 当三角形的一个顶点落在  $x = 2013$  处时, 三角形停止滚动.

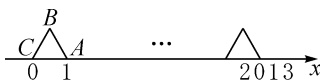


图9

(1) 落在  $x = 2013$  处的点是三角形  $ABC$  的哪个顶点? 说明理由.

(2) 在滚动的过程中, 点  $A$  走过的路程是多少?

(3) 若在滚动的过程中  $A$  走过的路程是某个圆的周长, 求这个圆的半径.

## 初一 第 2 试答案

|    |     |   |                |   |               |   |           |   |     |    |
|----|-----|---|----------------|---|---------------|---|-----------|---|-----|----|
| 题号 | 1   | 2 | 3              | 4 | 5             | 6 | 7         | 8 | 9   | 10 |
| 答案 | D   | B | D              | D | C             | C | A         | B | A   | B  |
| 题号 | 11  |   | 12             |   | 13            |   | 14        |   | 15  |    |
| 答案 | 12  |   | $\frac{32}{5}$ |   | 55            |   | 378       |   | 630 |    |
| 题号 | 16  |   | 17             |   | 18            |   | 19        |   | 20  |    |
| 答案 | 196 |   | 123300         |   | $\frac{3}{7}$ |   | 625 或 529 |   | 13  |    |

21. B 池的水深是 1.2 米.

22. 
$$\frac{\text{梯形}APCQ\text{的面积}}{\text{平行四边形}ABCD\text{的面积}} = \frac{3}{20}.$$

23. (1) 2013 重合的是三角形的顶点  $C$ .

(2) 点  $A$  运动的路程是  $894\pi$ .

(3) 这个圆的半径是 447.