

第二十五届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第2试试题

一、选择题(每小题4分,共40分.)

1. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ 不是()
(A) 分数. (B) 实数. (C) 无理数. (D) 无限不循环小数.
2. 若当 $x=1$ 时,代数式 ax^3+bx+1 的值是5,则当 $x=-1$ 时, ax^3+bx+1 的值是()
(A) 0. (B) -3. (C) -4. (D) -5.
3. If $x^2-5x-2010=0$, then the value of $\frac{(x-2)^3-(x-1)^2+1}{x-2}$ is()
(A) 2012. (B) 2013. (C) 2014. (D) 2015.

4. 不等式组 $\begin{cases} x-4 \leq 8-2x \\ x > -\frac{2}{3} \end{cases}$ 的最小整数解是()

- (A) -1. (B) 0. (C) 1. (D) 4.
5. 无论 m 为何实数,直线 $y=x-m$ 与直线 $y=-2x+3$ 的交点都不可能在()
(A) 第一象限. (B) 第二象限. (C) 第三象限. (D) 第四象限.
6. 如图1,在 $\square ABCD$ 中,添加下列条件之一能使它成为菱形的是()

① $AC \perp BD$; ② $\angle BAD = 90^\circ$; ③ $AB = BC$; ④ $AC = BD$.

- (A) ① 或 ③. (B) ② 或 ③.
(C) ③ 或 ④. (D) ① 或 ② 或 ③.

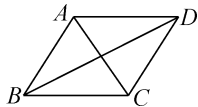


图1

7. 如图2,已知 $\triangle ABC$ 的面积是24,将 $\triangle ABC$ 沿 BC 平移到 $\triangle A'B'C'$,使点 B' 和点 C 重合,连接 AC' 交 $A'C$ 于点 D ,则 $\triangle DCC'$ 的面积是()

- (A) 4. (B) 6. (C) 8. (D) 12.

8. 中国古代“五行”学说认为:“物质分金、木、水、火、土五种属性,金克木,木克土,土克水,水克火,火克金。”从五种属性互不相同的物质中随机抽取两种,则抽取的两种物质不相克的概率是() (注:概率等于事件所包含的各种可能的结果数在全部可能的结果数中所占的比.)

- (A) $\frac{3}{10}$. (B) $\frac{2}{5}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{3}{5}$.

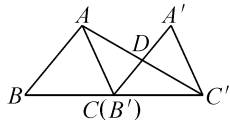


图2

9. 方程组 $\begin{cases} |x|+y=10 \\ x+|y|=4 \end{cases}$ 的解有()

- (A) 1组. (B) 2组. (C) 3组. (D) 4组.

10. 从 $1, 2, 3, \dots, 2014$ 中选出不能表示成两个整数的平方差的数,这些数的和是()

- (A) 507024. (B) 508032. (C) 1014049. (D) 1015056.

二、填空题(每小题4分,共40分.)

11. The two square roots of a positive number are $3x+3$ and $5x+13$, then this number is _____.
(英汉小词典:square root 平方根;positive number 正数)

12. 已知 a 是无理数,并且 $ab-a-b+1=0$,则实数 b 的值是_____.

13. 如图 3, 桌面上有边长为 2cm, 有一边重合的两张正方形纸片, 将纸片 $ABCD$ 依次绕点 D 、 P 、 Q 、 C 逆时针转动 180° , 当纸片 $ABCD$ 回到原来的位置时, A 点走过的轨迹长是 _____ cm. (用 π 表示)

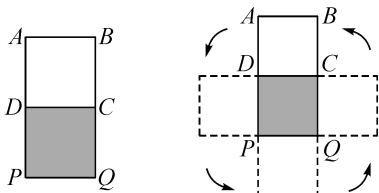


图 3

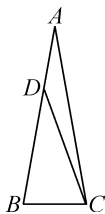


图 4

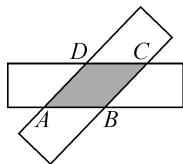


图 5

14. 若 $|1 - \sqrt{(x-1)^2}| = x$, 则实数 x 的取值范围是 _____.

15. 如图 4, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 20^\circ$, D 是 AB 边上的一点, $AD = BC$, 连接 CD , 则 $\angle BDC =$ _____.

16. 若分式 $\frac{4(x+2)^2(4-x^2)}{(x-2)^2(x+2)^3}$ 的值是正整数, 则整数 $x =$ _____.

17. 若 $n (n \neq 0)$ 是关于 x 的方程 $x^2 + mx + 3n = 0$ 的根, 则 $m + n$ 的值是 _____.

18. 若 $x - y - 2 = 0, 2y^2 + y - 4 = 0$, 则 $\frac{x}{y} - y =$ _____.

19. 如图 5, 将两个长为 8, 宽为 2 的矩形透明塑料片交叉摆放, 重叠部分是菱形 $ABCD$, 当两个塑料片垂直时, 菱形 $ABCD$ 的周长有最小值 8; 当两个塑料片不重合但有一条对角线重合时, 菱形 $ABCD$ 的周长最大, 这个最大值是 _____.

20. 黑板上写有两个分数: $\frac{34}{2014}, \frac{18}{3021}$, 进行如下操作: 用两数之差的绝对值替换较大的数, 得到新的两个数. 再进行同样的操作, 直到黑板上出现两个相同的数, 则这个相同的数是 _____.

三、解答题

每题都要写出推算过程.

21. (本题满分 10 分)

如图 6, 一次函数 $y = kx + 2$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象在第一象限的交点为 P . PA 垂直 x 轴于点 A , PB 垂直 y 轴于点 B , 函数 $y = kx + 2$ 的图象分别交 x 轴, y 轴于点 C, D , 已知 $DB = 2OD$, $\triangle PBD$ 的面积 $S_{\triangle PBD} = 4$.

(1) 求点 D 的坐标;

(2) 求 k, m 的值;

(3) 写出当 $x > 0$ 时, 使一次函数 $y = kx + 2$ 的值大于反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的值的 x 的取值范围.

22. (本题满分 15 分)

如图 7, 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.

(1) 若 $\angle 1 = 30^\circ, DG = \sqrt{3}$, 求正方形 $ABCD$ 的边长;

(2) 求证: $AG - GF = GE$.

23. (本题满分 15 分)

将一个三角形分成两个等腰三角形, 若原三角形的一个内角是 36° , 则原三角形的另两个内角有多少种可能的情况? 写出各种可能的情况.

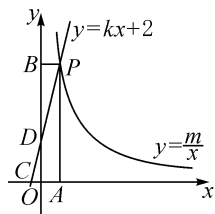


图 6

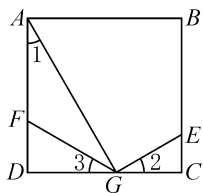


图 7

初二 第 2 试答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	C	B	C	A	D	C	A	B
题号	11		12		13		14		15	
答案	9		1		$4\pi + 2\sqrt{2}\pi$		$0 \leq x \leq 1$		30°	
题号	16		17		18		19		20	
答案	1 或 0		-3		$\frac{3}{2}$		17		$\frac{1}{1007}$	

21. (1) 点的坐标是 $(0, 2)$.

(2) $k=2, m=12$.

(3) $x > 2$.

22. (1) 正方形的边长是 3.

(2) 略.

23. 原三角形的另外两个内角有 5 种情况:

① $108^\circ, 36^\circ$; ② $126^\circ, 18^\circ$; ③ $90^\circ, 54^\circ$;

④ $72^\circ, 72^\circ$; ⑤ $132^\circ, 12^\circ$.