

第十三届小学“希望杯”全国数学邀请赛

六年级 第2试

一、填空题(每小题5分,共60分.)

1. 计算: $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+4+\cdots+10}$, 得_____.

2. 某商品单价先上调后,再下降20%才能降回原价.该商品单价上调了_____ %.

3. 请你想好一个数,将它加5,其结果乘以2,再减去4,得到的差除以2,再减去你最初想好的那个数,最后的计算结果是_____.

4. 若 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^n} > \frac{315}{412}$ (n 是大于0的自然数),则满足题意的 n 的值最小是_____.

5. 小明把一本书的页码从1开始逐页相加,加到最后,得到的数是4979,后来他发现这本书中缺了一张(连续两个页码).那么,这本书原来有_____页.

6. 2015 减去它的 $\frac{1}{2}$,再减去余下的 $\frac{1}{3}$,再减去余下的 $\frac{1}{4}$,...,最后一次减去余下的 $\frac{1}{2015}$,最后得到的数是_____.

7. 已知两位数 \overline{ab} 与 \overline{ba} 的比是5:6,则 $\overline{ab} =$ _____.

8. 如图1,将1个大长方形分成了9个小长方形,其中位于角上的3个小长方形的面积分别为9,15和12,则第4个角上的小长方形的面积等于_____.

9		15
12		?

图1

9. 某项工程,开始由6人用35天完成了全部工程的 $\frac{1}{3}$,此后,增加了6人一起来完成这项工程.则完成这项工程共用_____天.

10. 将1至2015这2015个自然数依次写出,得到一个多位数123456789...20142015,这个多位数除以9,余数是_____.

11. 如图 2, 向装有 $\frac{1}{3}$ 水的圆柱形容器中放入三个半径都是 1 分米的小球, 此时水面没过小球, 且水面上升到容器高度的 $\frac{2}{5}$ 处, 则圆柱形容器最多可以装水 _____ 立方分米. (π 取 3.14)

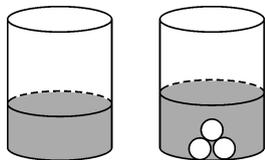


图 2

12. 王老师开车从家出发去 A 地, 去时, 前 $\frac{1}{2}$ 的路程以 50 千米 / 小时的速度行驶, 余下的路程行驶速度提高 20%; 返回时, 前 $\frac{1}{3}$ 的路程以 50 千米 / 小时的速度行驶, 余下的路程行驶速度提高 32%, 结果返回时比去时少用 31 分钟, 则王老师家与 A 地相距 _____ 千米.

二、解答题 (每小题 15 分, 共 60 分.) 每题都要写出推算过程.

13. 二进制是计算技术中广泛采用的一种数制, 其中二进制数转换成十进制数的方法如下:

$$(101)_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = (5)_{10};$$

$$(11011)_2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = (27)_{10};$$

$$(1110111)_2 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = (119)_{10};$$

$$(111101111)_2 = 1 \times 2^8 + 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = (495)_{10};$$

那么, 将二进制数 1111101111 转化为十进制数, 是多少?

(注: $2^n = \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{n \text{ 个 } 2}, 2^0 = 1$)

14. 如图 3, 半径分别是 15 厘米、10 厘米、5 厘米的圆形齿轮 A、B、C 为某传动机械的一部分, A 匀速转动后带动 B 匀速转动, 而后带动 C 匀速转动, 请问:

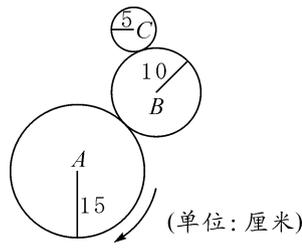


图 3

(1) 当 A 匀速顺时针转动, C 是顺时针转动还是逆时针转动?

(2) 当 A 转动一圈时, C 转动了几圈?

15. 一个棱长为 6 的正方体被切割成若干个棱长为整数的小正方体,

若这些小正方体的表面积之和是切割前的大正方体的表面积的 $\frac{10}{3}$ 倍, 求

切割成的小正方体中, 棱长为 1 的小正方体的个数.

16. 如图 4, 点 M、N 分别是边长为 4 米的正方形 ABCD 的一组对边 AD、BC 的中点, P、Q 两个动点同时从 M 出发, P 沿正方形的边逆时针方向运动, 速度是 1 米 / 秒; Q 沿正方形的边顺时针方向运动, 速度是 2 米 / 秒. 求:

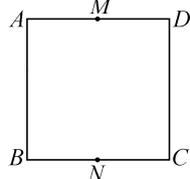


图 4

(1) 第 1 秒时 $\triangle NPQ$ 的面积;

(2) 第 15 秒时 $\triangle NPQ$ 的面积;

(3) 第 2015 秒时 $\triangle NPQ$ 的面积.

